（2014 年 2 月 18 日）

关于 Collatz 猜想的证明

王瑞林

镇赉县交通局　吉林镇赉(137300)

Email:wangruilin080420@126.com

摘要: 本文得出迭代生成之奇数序列不可重复之结论，据此可认为 Collatz 猜想为真。。

关键词：Collatz 猜想，3x+1 问题，

On proving Collatz conjecture

WANG Rui-lin

Communications Bureau of the county of Zhenlai　　Jilin Zhenlai of China (137300)

Email:wangruilin080420@126.com

Abstract: In this paper we found the odd number sequence by the iteration without repetition and from which that Collath conjecture is true can be thought.

Key Words: Collatz conjecture, 3x+1,

1．引言

Collatz 猜想，又称为 $3x+1$ 猜想、冰雹猜想、角谷猜想、哈塞猜想、乌拉姆猜想或叙拉古猜想，是指对于每一个正整数，如果它是奇数，则对它乘 3 再加 1，如果它是偶数，则对它除以 2, 如此循环，最终都能够得到 1. 我们把这样的操作叫作迭代。$x=3,5,7,11$, 13,17,19, 23, 25,27 时迭代生成的整数序列如下：

$x=3$： 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

$x=5$： 16, 8, 4, 2, 1.

$x=7$： 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2,1.

$x=11$： 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

$x=13$： 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

$x=17$： 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

$x=19$： 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2,1.

$x=23$： 70, 35, 106, 53,160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

$x=25$： 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2,1.

$x=27$： 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429,7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

以上各例是由 5 进入到 2 的 4 次方。也可由 21 进入到 2 的 6 次方，由 151, 227, 341 进入到 2 的 10 次方，等等，等等。

猜想到目前，没有任何进展。著名数学家 Paul Erdős 认为猜想现阶段难以解决。也有数学家认为，该猜想任何程度之解决都是现代数学的一大进步，并将开辟全新领域。

2．关于猜想之证明

显然，迭代到 2 的某次方，就见亮了。令 $x,\ x_1,\ x_2,\ x_3,\cdots,\ x_n$ 为正奇数，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\ \alpha_n$ 为正整数（且其取值应确保所在代数式之值为奇数），迭代从 x 开始，易见，生成之奇数序列 $x_1,\ x_2,\ x_3,\cdots,\ x_n$ 之一般表达式应为

$$x_1=\frac{1}{2^{\alpha_1}}(3x+1)=\frac{3}{2^{\alpha_1}}x+\frac{1}{2^{\alpha_1}},$$

$$x_2=\frac{1}{2^{\alpha_2}}(3x_1+1)=\frac{1}{2^{\alpha_2}}\left(3\left(\frac{3}{2^{\alpha_1}}x+\frac{1}{2^{\alpha_1}}\right)+1\right)=\frac{3^2}{2^{\alpha_1+\alpha_2}}x+\frac{3}{2^{\alpha_1+\alpha_2}}+\frac{1}{2^{\alpha_2}},$$

$$x_3=\frac{1}{2^{\alpha_3}}(3x_2+1)=\frac{1}{2^{\alpha_3}}\left(3\left(\frac{3^2}{2^{\alpha_1+\alpha_2}}x+\frac{3}{2^{\alpha_1+\alpha_2}}+\frac{1}{2^{\alpha_2}}\right)+1\right)=\frac{3^3}{2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3}}x+\frac{3^2}{2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3}}+\frac{3}{2^{\alpha_2+\alpha_3}}+\frac{1}{2^{\alpha_3}},$$

$\cdots,$

$$x_n=\frac{3^n}{2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\cdots+\alpha_n}}x+\frac{3^n}{2^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\cdots+\alpha_n}}+\frac{3^{n-1}}{2^{\alpha_2+\alpha_3+\cdots+\alpha_n}}+\frac{3^{n-2}}{2^{\alpha_3+\alpha_4+\cdots+\alpha_n}}+\cdots+\frac{3}{2^{\alpha_{n-1}+\alpha_n}}+\frac{1}{2^{\alpha_n}}.$$

不难看出，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\ \alpha_n$ 分别有自己的贡献，所以 $x,\ x_1,\ x_2,\ x_3,\cdots,\ x_n$ 不可重复，或者说 $x,\ x_1,\ x_2,\ x_3,\cdots,\ x_n$ 中的任何两个不可能相等。于是，不论 x 取任何奇数，经有限次迭代，迟早会撞进 2 的某次方。据此可认定此猜想为真，无需其它证明。

参考文献

互联网有关 Collatz 猜想，$3x+1$ 猜想、冰雹猜想、角谷猜想、哈塞猜想、乌拉姆猜想或叙拉古猜想等词条。