（2017年6月8日修改 ）

$\xi(M,r)=\ln r^{-GM}$ 是牛顿引力方程之源头

王瑞林
镇赉县交通运输局 吉林镇赉(137300)
chinawrl@126.com

摘要：牛顿引力方程是有源头的，其源头是一个以质量 M 和距离 r 为变量的二元函数。 从该函数到引力方程之微分过程可看出宇宙加速膨胀是万有引力之起因。
关键词：万有引力，惯性力，宇宙的质量-空间函数，宇宙的质量-空间-时间方程。

$\xi(M,r)=\ln r^{-GM}$ is the source of Newton's gravitational equation

WANG Rui-lin
Zhenlai County Transportation Bureau Jilin Zhenlai of China (137300)
chinawrl@126.com

Abstract: The source of Newton's gravitational equation exists The source is a two variable function with mass and distance as variables. From the differential process of the function to the gravitational equation, it can be seen that the accelerating expansion of the universe is the cause of gravity.

Keywords: gravity, inertial force, mass space function of universe, mass space time equation of universe

第一章 引 言

Steven Weinberg [4]说，“Newton 理论确实解释了太阳系的所有观测到的运动，但代价是引进来一些多少有些随意的假设。例如，引力定律说，任何物体产生的引力随离开物体的距离的平方反比例地减小。在Newton 理论中，没有什么特别的需要平方反比律的东西。Newton 提出平方反比律的思想是为了解释太阳系的一些已知事实，如Kepler 的行星轨道大小与行星环绕太阳 1 周所需时间的关系。除了这些观测事实而外，在Newton 理论中，我们可以用立方反比律或2.01 次方反比律取代平方反比律，那一点也不会改变理论的概念框架，只是可能改变理论的一些次要的细节。Einstein 理论严格得多，远没有那么自由。对于在引力场中缓慢运动的物体，即我们可以在寻常意义上谈论引力的情形，广义相对论要求力必须以平方反比的形式减小。在广义相对论论中，如果想调整理论得出平方反比律以外的什么东西，不可能不违背理论的基本假设。”

R. P. Feynman [7]在讲到Newton 引力定律时说，“而真的就是这样一条简单的定律吗？- 它的机制（machinery）是什么？我们做过的一切，只是描写了地球怎样绕太阳转，可没有说过其缘由何在（but we have not said *what makes it go.*），Newton 对此无假设，他只满足于

找出引力都干了些什么，而未能深入下去。”

Steven Weinberg [4]还说，“1907 年以后，Einstein 化了10 年的时间为他的那些思想寻找恰当的数学框架。最后他找到了需要的东西，原来，引力在物理学中的角色，跟曲率在几何学中的角色存在着深刻的相似。”“从引力与曲率这点类比出发，Einstein 得到一个结论：引力恰好就是空间和时间的曲率效应。”“广义相对论之最终形式，无非就是以引力重新解释了弯曲空间的数学，以一个场方程决定一定物质和能量产生的曲率。”。

第二章 牛顿引力方程之源头

M 和 m 为宇宙中距离为 r 的两个质量，$\vec{\mathrm{r}}$ 为 $M \to m$ 的单位矢量，G 是一个由实验测定的常数，则 M 施予与 m 的力为

$$\mathrm{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{\mathrm{r}} \tag{1}$$

此即牛顿引力方程。将(1)写为

$$\mathrm{F} = \mathrm{a}m \tag{2}$$

有

$$\mathrm{a} = -\frac{GM}{r^2}\vec{\mathrm{r}} \tag{3}$$

作者注意到，$-\frac{GM}{r^2}$ 是一个以 M 和 r 为变量的二元函数

$$\xi(M,r) = \ln r^{-GM}\,, \tag{4}$$

关于 r 的二阶偏微商的负值，即

$$-\frac{\partial^2 \xi(M,r)}{\partial r^2} = -\frac{\partial^2}{\partial r^2}\ln r^{-GM} = -\frac{GM}{r^2}. \tag{5}$$

不妨称 $\xi(M,r) = \ln r^{-GM}$ 为宇宙的质量空间函数。且基于迄今对质量和惯性之认识，将其理解为，由于质量 M 的存在，M 之周遭积蓄了惯性势能，空间变形。因之，也可称其为惯性势能源函数。$\xi(M,r) = \ln r^{-GM}$ 也可写为

$$\xi(M,r) = -GM\ln r, \tag{6}$$

$$\xi(M,r) = \ln\frac{1}{r^{GM}}\,, \tag{7}$$

$$e^{\xi(M,r)} = r^{-GM}. \tag{8 }$$

不论哪种写法，M 和 r 不寻常的位置关系及 e 的出现，都会让我们对它及由它传递出的信息感兴趣。至少我们可以看出，质量存在，空间变形，而且这变形不是象一个球压在一张橡胶膜上那样简单，M 和 r 是被用一种特殊的方式绑在了一起，这种方式，或许，本来不在人们的意识之中。

找到源头后，若从源头写起，牛顿引力方程应写为 $\mathrm{F} = -\frac{\partial^2}{\partial r^2}\ln r^{-GM}\vec{r}\,m.$ 这样可以解脱人们对“质量乘积”、“平方反比” 的困惑。因为从中可清晰地看到第一个质量 M 是力源

的组分，是产生加速度的原因的组分，第二个质量m是加速度的获得者。至于“平方反比”中的那个“2”， 是两次微商的结果，与“平方反比”中的“平方”本不是一回事。

第三章 宇宙加速膨胀是万有引力的起因

如果宇宙**在（匀速）膨胀**，两质量之间的距离有被拉伸的趋势，在P点，沿$M \to P$取r之增量 $\Delta r > 0$, 考虑到经典力学中，$r = \infty$, $U = 0$, 势能总为负且力等于势能的空间变化率的负值，我们定义

$$\Phi(M, r) = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta \xi(M, r)}{\Delta r} \tag{9}$$

为P点之惯性势， 有

$$\Phi(M, r) = \frac{\partial \xi(M, r)}{\partial r} = \frac{\partial(-GM \ln r)}{\partial r} = -GM \frac{1}{r}, \tag{10}$$

若P点有一质量m, 则其惯性势能为

$$U(M, r, m) = \Phi(M, r)m = -GM \frac{1}{r} m. \tag{11}$$

如果宇宙**在加速膨胀**，我们定义

$$\mathrm{a}(M, r) = -\lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta \Phi(M, r)}{\Delta r} \vec{\mathrm{r}} \tag{12}$$

为P点之惯性力场(强)， 显然有

$$\mathrm{a}(M, r) = -\frac{\partial^2 \xi(M, r)}{\partial r^2} \vec{\mathrm{r}} = -GM \left(\frac{1}{r}\right)^2 \vec{\mathrm{r}} \tag{13}$$

若P点有一质量m, 则其受到的惯性力为

$$\mathrm{F} = -GM \left(\frac{1}{r}\right)^2 \vec{\mathrm{r}}\, m. \tag{14}$$

再按“力等于势能的空间变化率的负值”把(14)再推一遍。 由(11), 势能为

$$U(M, r, m) = \Phi(M, r)m = -GM \frac{1}{r} m.$$

则势能的空间变化率的负值为

$$-\lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta\left(-GMm\frac{1}{r}\right)}{\Delta r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(-GMm\frac{1}{r}\right) = -GMm\left(\frac{1}{r}\right)^2,$$

力为

$$\mathrm{F} = -\lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta\left(-GMm\frac{1}{r}\right)}{\Delta r} \vec{\mathrm{r}} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(-GMm\frac{1}{r}\right)\vec{r} = -GM\left(\frac{1}{r}\right)^2 \vec{r}\, m.$$

(14)告诉我们，如果宇宙加速膨胀，M 与m 之间的力为引力。

这一段推导很平常，但要注意语言的表述和公式的写法，$1/r$ 是曲率。(10)应表述为：以质量M为源，如果宇宙正在（匀速）膨胀，与M相距为r的P点之惯性势与质量M成正

比，与 P 点的曲率 $1/r$ 成正比。(11)应表述为：以质量 M 为源，与 M 相距为 r 的 P 点有一质量 m, 如果宇宙正在（匀速）膨胀，质量 m 之惯性势能与 P 点的惯性势成正比，与质量 m 成正比。(13)应表述为：如果宇宙加速膨胀， P 点之惯性力场(强)与质量 M 成正比，与 P 点曲率的平方成正比， m 受到的惯性力与 P 点之惯性力场(强)成正比，与质量 m 成正比。

这里请特别注意：**匀速膨胀产生惯性势能，加速膨胀，才产生惯性力。**如果宇宙不（匀速）膨胀，则不产生惯性势能， M 和 r 就卷曲在那。“源头尽望千堆雪”。这一点，爱因斯坦的引力场方程没说明白。或许有人说，“爱因斯坦的那个是张量的”，那么你把它译成一个非张量的，试试。

至此我们说，将牛顿引力方程看成写实文学是不公平的，平方反比的那个2 是不可动摇的，Steven Weinberg **的**评论应当商榷，R. P. Feynman 的疑问是可以回应的。

第四章 质量−空间−时间方程

由质量−空间函数到引力方程，并未牵扯到“时间”。亦即，没有“时间”参与，也可看到引力之产生。而，为形象地描写引力造成的后果，可以选择“时间”做一个参量，在质量空间函数之基础上，写出一个包含时间 t 的“质量−空间−时间”方程

$$-\frac{\partial^2}{\partial r^2}\ln r^{-GM}=\frac{d^2 r}{d\,t^2}. \tag{17}$$

第五章 结语

1. 爱因斯坦 曾猜想引力与惯性力在本质上是同一样东西，并把这一事实称作引力与惯性等效的原理。本文认为引力就是惯性力。

2. 按照本文的思想，如果宇宙处在收缩阶段，人类将会感到有“斥力”存在。宇宙从创生起将一直经历其膨胀和收缩的生命轮回，其速度变化特性可能象一个谐振子那样，比如一个周期为：加速膨胀—减速膨胀—加速收缩—减速收缩，满足运动方程

$$m\frac{d^2 x}{d\,t^2}=-kx, \tag{18}$$

x 为宇宙半径从平衡位置量起的位移。引力和膨胀互为因果，是一种对称，一种平衡，两者之间不是较量的关系。

3. 有的物理学教材将“宇宙”分为“哲学宇宙”、“物理宇宙”，不科学。两者必须统一。否则哲学的不“物理”，物理的不“哲学”。作者认为应分为“总宇宙”和“我们的宇宙”。

“总宇宙”只有一个，空间无穷大，时间无始终，就是牛顿世界观的那个。“我们的宇宙”有无穷多个，我们正在住的是其中的一个，空间有限，时间有始，也许有终，就看命了。“总宇宙”的特性就是“无”，无正质量，也无负质量，然而并不死寂，量子涨落此起彼伏，波涛汹涌。 一般情况，不同区域量子涨落的振幅和频率是不相同的。若两个比邻区域量子涨落的频率相同，就要发生共振，“我们的宇宙”就产生了，之后就按方程(18)运作。

这里应当注意，谐振子的运动也是有条件的。比如，摆钟拿到太空，在失重状态下就不会走时，弹簧谐振子也得有个约束端。那么，我们的宇宙的约束端是什么？作者认为，应该是总宇宙的“原生区”，即未开发区。当“我们的宇宙”膨胀时，“原生区”被压缩，当“我们的宇宙”收缩时，“原生区”开始膨胀。“原生区”是无穷大的。不论是物理学还是数学，

离开“无穷大”就什么都没有。

3. 应当设计而且做一个实验，以证明一个正在加速膨胀的封闭系统内的分散质量之间存在引力。

参考文献

[1] C. Kittel, W. D. Knight, M. A. Ruderman, MECHANICS Berkeler physics Course Vol. 1, 1973.

[2] D. Kleppner, R.J. Kolenkow, An introduction to Mechanics, 1973.

[3] A. P. French, Newtonian Mechanics, 1971.

[4] S. Weinberg, Dreams of a Final Theory, 1992.

[5] James B. Hartle, GRAVITY An Introduction to Einstein’s General Relativity, 2003.

[6] Hans C. Ohanian, Gravitation and spacetime, 1976.

[7] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, 1989.